Problemi di Fisica

leggi dei gas perfetti

PROBLEMA

In un recipiente sono contenute $N=3{,}0\cdot10^{24}$ molecole di anidride carbonica (CO_2). Calcolare la massa del gas e il corrispondente numero di moli.

SOLUZIONE

La massa molecolare della molecola di CO_2 è:

$$M = 12u + 2\cdot(16u) = 44u$$

pertanto, la massa per mole della sostanza è M = 44 g/mol.

La massa totale di CO_2 contenuta nel recipiente è:

$$m = M\cdot n = M\cdot\frac{N}{N_A} = 44\cdot\frac{3{,}0\cdot10^{24}}{6{,}02\cdot10^{23}} = 220\,g$$

Il numero di moli lo calcoliamo dalla sua definizione:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{220}{44} = 5{,}0\ mol$$

o, in alternativa, nel seguente modo:

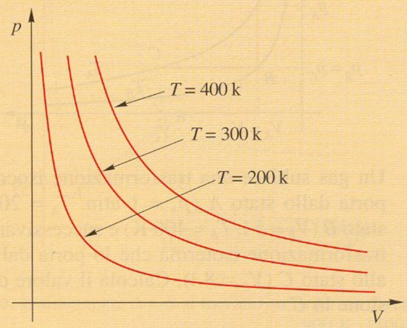
$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{3{,}0\cdot10^{24}}{6{,}02\cdot10^{23}} = 5{,}0\,mol$$

PROBLEMA

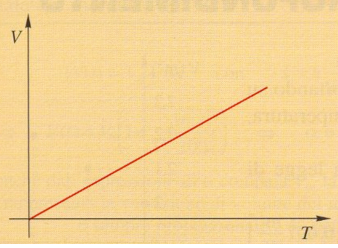
Disegna le seguenti trasformazioni:
a) sul piano (p, V) isoterma di costante 100 kJ;
b) sul piano (p, V) isoterma di costante 10 kJ;
c) sul piano (V, T) isobara di costante 0,1 m³/K;
d) sul piano (p, T) isocora di costante 0,05 atm/K.

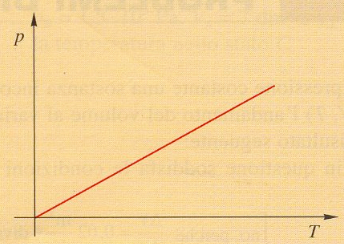
■ MODELLO FISICO

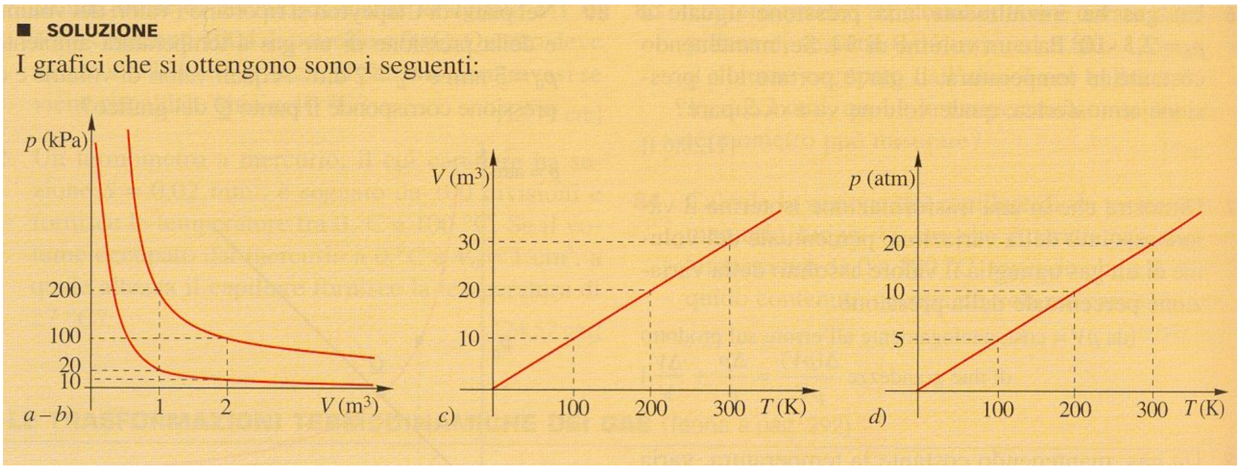
Il piano (p, V), o piano di Clapeyron, è una rappresentazione grafica sul piano cartesiano dei valori della pressione di un gas in corrispondenza ai valori di volume. Non possono essere rappresentati i valori della temperatura che sono da considerarsi parametri. Si possono evidenziare le trasformazioni a temperatura costante, che sono rappresentate da rami di iperboli equilatere, poiché seguono la legge di proporzionalità inversa espressa dalla legge di Boyle $pV = \text{cost}$.
Le curve più lontane dall'origine corrispondono a valori sempre maggiori di temperatura.



Sul piano (V, T) le trasformazioni isobare si esprimono tramite delle rette il cui coefficiente angolare è inversamente proporzionale alla pressione costante alla quale avviene la trasformazione: $V = \text{cost}\cdot T$.
Sul piano (p, T) le trasformazioni isocore si esprimono tramite delle rette il cui coefficiente angolare è inversamente proporzionale al volume costante al quale avviene la trasformazione: $p = \text{cost}\cdot T$.







PROBLEMA

Determinare la natura chimica di un gas perfetto sapendo che, alla temperatura di 27 °C, una quantità pari a 56,0 g occupa un volume di 16,4 L ed esercita una pressione pari a 3,00 atm.

SOLUZIONE

La natura chimica del gas perfetto la individuiamo attraverso il calcolo del peso molecolare M. A tal fine, attraverso l'utilizzo della legge di stato dei gas perfetti:

$$PV = nRT$$

calcoliamo il numero di moli nelle condizioni assegnate di pressione, volume e temperatura:

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{3{,}00 \cdot 1{,}013 \cdot 10^{5} \cdot 16{,}4 \cdot 10^{-3}}{8{,}31 \cdot 300} = 2{,}0\,\text{mol}$$

dove bisogna utilizzare le giuste unità di misura facendo uso degli appropriati fattori di conversione:

- ✓ p=1 atm=1,013·10^5 Pa   per cui: 3,00 atm=3,00·1,013·10^5 Pa
- ✓ V=16,4 L=16,4 dm^3=16,4·10^{-3} m^3
- ✓ T= t+273=27+273=300 K
- ✓ R=8,31 J/mol·K   costante universale dei gas

Infine, dalla definizione di mole ricaviamo il peso molecolare della sostanza:

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow M = \frac{m}{n} = \frac{56{,}0}{2{,}0} = 28u = 2 \cdot (14u)$$

Si tratta di azoto, in quanto in natura si trova sotto forma di molecola biatomica N_2.

PROBLEMA

Calcolare la densità dell'anidride carbonica CO_2, alla temperatura di 27 °C e alla pressione di 5,0 atm

SOLUZIONE

Per definizione la densità è data da:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Dall'equazione di stato dei gas perfetti possiamo ricavare il volume V occupato da n moli di CO_2 nelle condizioni assegnate di pressione e temperatura:

$$PV = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{P}$$

Mentre la massa m corrispondente a n moli di CO_2 è data come formula inversa della definizione di mole:

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow m = n \cdot M$$

In conclusione, la densità di CO_2 corrispondente alle condizioni assegnate dal problema è:

$$\rho = \frac{nM}{\frac{nRT}{P}} = \frac{MP}{RT} = \frac{44 \cdot 5}{0{,}0821 \cdot 300} = 8{,}9\,g/L = 8{,}9\ kg/m^3$$

dove:

- M=44 g/mol massa molecolare di CO_2
- R=0,0821 L·atm/mol·K costante universale dei gas

PROBLEMA

Un gas, inizialmente alla temperatura di 0 °C, viene riscaldato a pressione costante in modo che il suo volume aumenti 3 volte. Calcolare la temperatura a cui è stato riscaldato il gas.

SOLUZIONE

Si tratta di una trasformazione isobara, e poiché la temperatura è espressa in °C possiamo utilizzare la seguente legge:

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha t)$$

da cui:

$$V_t = V_0 + V_0\alpha t \Rightarrow t = \frac{V_t - V_0}{V_0\alpha} = \frac{3\cancel{V_0} - \cancel{V_0}}{\cancel{V_0}\alpha} = \frac{2}{\alpha} = \frac{2}{\frac{1}{273}} = 546\,°C \qquad \text{dove } \alpha = 1/273$$

Naturalmente il problema può essere risolto anche con l'ausilio della seguente legge:

$$\frac{V_t}{V_0} = \frac{T}{T_0} \quad (1)$$

dove, però, le temperature vanno espresse in kelvin.

Sostituendo i dati del problema nella (1) otteniamo:

$$T = T_0 \cdot \frac{V_t}{V_o} = 273{,}15 \cdot \frac{3\cancel{V_0}}{\cancel{V_0}} = 819{,}45K \quad \text{da cui:} \quad t = T - 273{,}15 = 819{,}45 - 273{,}15 = 546\ °C$$

PROBLEMA

Un cilindro, con un pistone scorrevole a tenuta, contiene un volume di 3 L di un gas perfetto alla pressione atmosferica (p_0=1 atm) e alla temperatura di 300 K. Mantenendo costante la pressione, il gas contenuto nel cilindro viene portato alla temperatura di 400 K. Calcolare il volume occupato dal gas al termine della trasformazione.

SOLUZIONE

Si tratta di una trasformazione isobara, e poiché le temperature sono in kelvin, è descritta dalla seguente legge:

$$\frac{V_t}{V_0} = \frac{T}{T_0} \quad (1)$$

Sostituendo i dati del problema, siamo in grado di calcolare il volume occupato dal gas al termine della trasformazione:

$$V_t = V_0 \cdot \frac{T}{T_0} = 3 \cdot \frac{400}{300} = 4L$$

PROBLEMA

Calcolare il numero di molecole che si trovano in un tubo a raggi X di volume pari a 83 cm^3 mantenuto alla temperatura di 27 °C, sapendo che la pressione esercitata dal gas residuo che si trova all'interno del tubo è pari a 10^{-9} atm.

SOLUZIONE

Nell'ipotesi che il gas contenuto nel tubo sia perfetto, possiamo applicare la legge dei gas perfetti nella seguente forma:

$$PV = Nk_BT$$

Sostituendo i dati del problema, ricaviamo il numero di molecole che si trovano nel tubo:

$$N = \frac{PV}{k_BT} = \frac{10^{-9} \cdot 1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 83 \cdot 10^{-6}}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 2 \cdot 10^{12}\ molecole$$

Attenzione - Utilizzare le giuste unità di misura:

- p = 1 atm = $1{,}013 \cdot 10^5$ Pa per cui: 10^{-9} atm = $10^{-9} \cdot 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa
- V = 83 cm^3 = $83 \cdot 10^{-6}$ m^3
- T = t + 273 = 27 + 273 = 300 K
- K_B = $1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K costante di Boltzmann

PROBLEMA

Una bombola di volume V_0=100 cm^3 contiene un gas perfetto alla pressione $p_0=1,0\cdot10^7$ N/m^2. Calcolare quanti palloncini si possono riempire, nell'ipotesi che durante il processo la temperatura rimanga costante, considerando che ogni palloncino deve assumere un volume V=15 cm^3 e una pressione $p=1,8\cdot10^5$ N/m^2

SOLUZIONE

Si tratta di una trasformazione isoterma regolata dalla seguente legge:

$$p\cdot V = \cos t \Rightarrow p_0\cdot V_0 = p\cdot V$$

da cui è possibile ricavare il volume totale durante il processo di riempimento dei palloncini:

$$V = V_0\cdot\frac{p_0}{p} = 100\cdot10^{-6}\cdot\frac{1,0\cdot10^7}{1,8\cdot10^5} = 5560\cdot10^{-6}m^3 = 5560\,cm^3$$

Sapendo che ogni palloncino ha un volume di 15 cm^3, il numero di palloncini che è possibile riempire sarà pari a:

$$N=\frac{5560}{15}=371\ palloncini$$

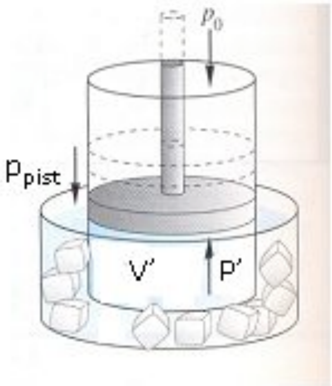
PROBLEMA

Un recipiente cilindrico, con sezione di area $S=4,00\cdot10^{-3}$ m^2, contiene 0,200 moli di un gas perfetto ed è chiuso superiormente da un pistone scorrevole senza attrito, di massa M=20 kg. Il recipiente è in contatto termico con una miscela di acqua e ghiaccio.

a) Quali sono la pressione e il volume del gas?
b) Quale massa bisogna posare sopra il pistone perché si abbassi di 10,0 cm?

SOLUZIONE

a) La pressione P del gas all'equilibrio è data dalla somma della pressione atmosferica P_0 = 1 atm = $1,013\cdot10^5$ Pa e quella esercitata dal pistone P_{pist}:



$$P = P_0 + P_{pist} = 1,013\cdot10^5 + 0,49\cdot10^5 = 1,50\cdot10^5 Pa$$

dove:

$$P_{pist} = \frac{F}{S} = \frac{Mg}{S} = \frac{20,0\cdot9,81}{4,00\cdot10^{-3}} = 0,49\cdot10^5 Pa$$

Mentre il volume occupato dal gas lo determiniamo a partire dall'equazione di stato dei gas perfetti:

$$PV = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{P} = \frac{0,200\cdot8,31\cdot273}{1,50\cdot10^5} = 3,02\cdot10^{-3}m^3$$

dove:

- ✓ T=273 K temperatura della miscela acqua + ghiaccio
- ✓ R=8,31 J/mol·K costante universale dei gas

b) La nuova condizione di pressione P´ quando sul pistone è appoggiata la massa m è data dalla somma della pressione P, calcolata al punto a), e quella P_m esercitata dalla massa:

$$P' = P + P_m = P + \frac{mg}{S} \qquad (1)$$

Se il pistone si abbassa di un tratto h, il nuovo volume V´ del gas è:

$$V' = V - hS = 3{,}03 \cdot 10^{-3} - 0{,}100 \cdot 4{,}00 \cdot 10^{-3} = 2{,}63 \cdot 10^{-3} m^3$$

Poiché la trasformazione avviene a temperatura costante (trasformazione isoterma), deve essere:

$$PV = P'V' \qquad (3)$$

e sostituendo nella (3) al posto della P´ la (1) e al posto della V´ e della V i loro valori, otteniamo la massa cercata:

$$\left(P + \frac{mg}{S}\right) \cdot V' = PV \Rightarrow m = \frac{PS}{g} \cdot \left(\frac{V}{V'} - 1\right) = \frac{1{,}50 \cdot 10^5 \cdot 4{,}00 \cdot 10^{-3}}{9{,}81} \cdot \left(\frac{3{,}02 \cdot 10^{-3}}{2{,}63 \cdot 10^{-3}} - 1\right) = 9{,}07\, kg$$

PROBLEMA

Una bolla di aria emessa da un sommozzatore, nel passare dal fondo di un lago in superficie, aumenta di 4 volte il suo volume. Nell'ipotesi che la temperatura della bolla rimanga costante, calcolare la profondità del lago.

SOLUZIONE

Per calcolare la profondità h del lago, possiamo fare ricorso alla legge di Stevino, che mette in relazione la pressione p_1 in fondo al lago con l'altezza h:

$$p_1 = p_0 + \rho g h \qquad (1)$$

dove:

- ✓ $\rho=1{,}00 \cdot 10^3\ kg/m^3$ densità dell'acqua
- ✓ $p_0=1\ atm=1{,}013 \cdot 10^5\ Pa$ pressione atmosferica

Poiché la bolla subisce una trasformazione a temperatura costante (trasformazione isoterma), possiamo applicare la legge di Boyle-Mariotte per determinare p_1:

$$pV = \cos t \Rightarrow p_1 V_1 = p_0 V_0 \qquad (2)$$

dove p_1 e V_1 sono i valori della pressione e del volume della bolla sul fondo del lago e p_0 e V_0 quelli in superficie. Sapendo che $V_0 = 4V_1$, la (2) diventa:

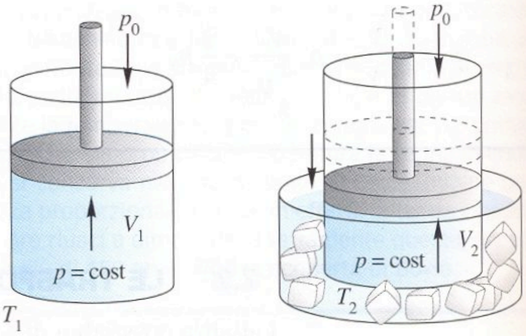
$$p_1 V_1 = 4 p_0 V_1 \Rightarrow p_1 = 4 p_0$$

In conclusione, sostituendo nella (1) $p_1 = 4p_0$ ricaviamo h:

$$4p_0 = p_0 + \rho g h \Rightarrow h = \frac{3p_0}{\rho g} = \frac{3 \cdot 1{,}013 \cdot 10^5}{1{,}00 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81} = 31{,}0 m$$

PROBLEMA

Un cilindro pieno di gas è dotato superiormente di un pistone libero di muoversi, in equilibrio con la pressione atmosferica p_0 alla temperatura di 20 °C. Raffreddando il gas fino a 10 °C, di quanto sarà cambiato il volume?



■ **MODELLO FISICO**

Poiché il gas tramite il pistone è in equilibrio con la pressione atmosferica, la pressione rimane costante per tutta la trasformazione e quindi il gas subisce una trasformazione isòbara.

■ **LEGGI ED EQUAZIONI**

La trasformazione isobara è descritta dalla legge:

$$\frac{V}{T} = \text{cost} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Poiché nel problema sono fornite le temperature in scala Celsius, occorre passare alle temperature assolute, applicando la trasformazione: $T = t_c + 273$.

■ **SOLUZIONE**

Il rapporto tra i volumi deve uguagliare il rapporto tra le temperature assolute:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{t_{2c} + 273}{t_{1c} + 273}$$

Sostituendo i dati forniti dal problema otteniamo:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{20 + 273}{10 + 273} = \frac{293}{283} \cong 1{,}035$$

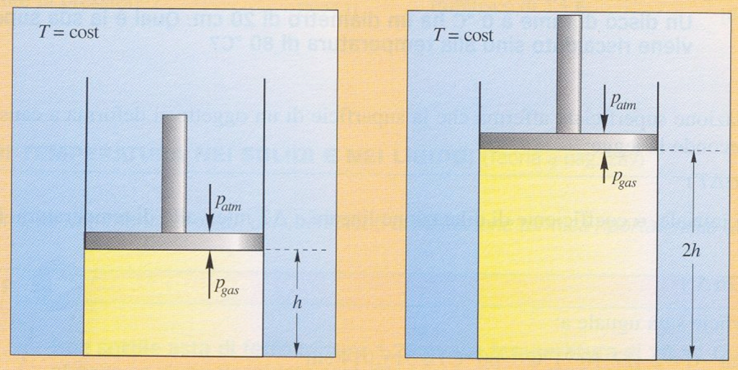
$$V_2 \cong 1{,}035\, V_1 = (1 + 0{,}035)\, V_1$$

Il volume finale aumenta del 3,5% rispetto a quello iniziale.

PROBLEMA

Un cilindro di sezione S contenente un gas è posto in equilibrio termico con l'ambiente circostante, in modo da mantenere costante la temperatura del sistema cilindro-gas. Un pistone, libero di muoversi, è inizialmente fermo a un'altezza h, essendo in equilibrio statico a causa dell'azione congiunta della pressione atmosferica verso il basso e della pressione esercitata dal gas verso l'alto sulla superficie del pistone. Qual è il valore della pressione del gas, se il pistone viene alzato molto lentamente sino a raggiungere un'altezza pari a $2h$?

■ **MODELLO FISICO**



A causa dell'equilibrio in cui si trova il sistema, la temperatura del gas rimane costante durante qualsiasi variazione di volume e di pressione. Il gas si trasforma quindi attraverso un'isoterma.

■ **LEGGI ED EQUAZIONI**

La relazione che lega volume e pressione a temperatura costante è data dalla legge di Boyle:

$$PV = \text{cost}$$

dove il volume del recipiente, che è anche quello occupato dal gas, è $V = Sh$, essendo S la superficie del cilindro.

■ **SOLUZIONE**

Indicando con p_0, V_0 e p_f, V_f rispettivamente la pressione e il volume iniziali e finali, si ha:

$$V_0 = Sh \quad \text{e} \quad V_f = S(2h)$$

Sostituendo le precedenti espressioni nella legge di Boyle otteniamo:

$$p_0 V_0 = p_f V_f \quad \Rightarrow \quad p_0 Sh = 2 p_f Sh$$

e quindi:

$$p_f = \frac{p_0}{2} = 0{,}5 \text{ atm}$$

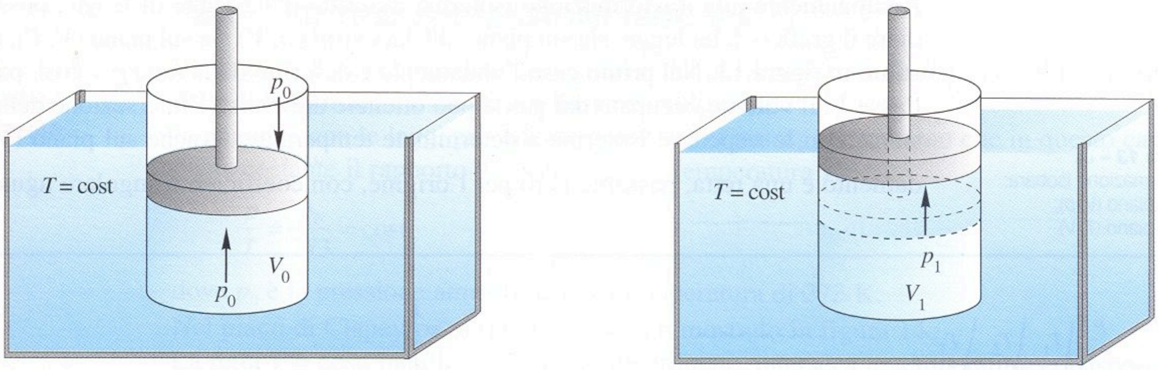
dove nell'ultimo passaggio si è considerato che p_0 è la pressione atmosferica.

PROBLEMA

Un cilindro di volume 0,02 m^3, dotato di un pistone in cima che può scorrere liberamente, è riempito di un gas, inizialmente in equilibrio con la pressione atmosferica (p_0 = 1,01 · 10^5 Pa). L'intero sistema è *termostatato*, ossia posto in equilibrio termico con un altro corpo a temperatura fissata, immergendo il cilindro in una grossa vasca, contenente un liquido a quella temperatura. Successivamente si allenta la pressione del gas alzando il pistone verso l'alto, aumentando in questo modo il volume a disposizione del gas di 1/3 rispetto al volume iniziale. Determina il volume finale del gas e la pressione che esso esercita sulle pareti del recipiente dopo l'espansione.

■ MODELLO FISICO

Poiché l'intero sistema è termostatato, la temperatura rimane costante, quindi sempre uguale a quella iniziale. Per definizione il gas subisce quindi una trasformazione isoterma.



■ LEGGI ED EQUAZIONI

L'isoterma è regolata dalla legge di Boyle $PV = \text{cost}$. Ciò implica che il prodotto di pressione e volume dello stato finale è uguale a quello dello stato iniziale:

$$p_1 V_1 = p_0 V_0$$

■ SOLUZIONE ALGEBRICA

Il volume finale V_1 risulta:

$$V_1 = V_0 + \frac{1}{3} V_0 = \frac{4}{3} V_0$$

La pressione finale si ottiene risolvendo la legge di Boyle rispetto a p_1:

$$p_1 = p_0 \frac{V_0}{V_1} = p_0 \frac{V_0}{\frac{4}{3} V_0} = \frac{3}{4} p_0$$

■ SOLUZIONE NUMERICA

Il volume finale risulta essere:

$$V_1 = \left(\frac{4}{3} \cdot 0{,}02\right) \text{m}^3 \cong 0{,}027 \text{ m}^3$$

e la pressione finale:

$$p_1 = \frac{3}{4} \cdot 1{,}01 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cong 0{,}76 \text{ Pa}$$

■ CONSIDERAZIONI FINALI

Nei problemi pratici, come unità di misura della pressione, spesso si usa l'atmosfera:

$$1 \text{ atm} = 1{,}01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Per il calcolo dei volumi è molto comune anche l'uso del litro:

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$$

Inoltre:

$$1 \text{ atm} \cdot 1 \text{l} = (1{,}01 \cdot 10^5) \text{ N/m}^2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 101 \text{ J}$$

PROBLEMA

Una massa m_1 di O_2 occupa, alla temperatura t_1=7,00 °C, un recipiente che ha volume V_1=20,0 dm^3, alla pressione p_1=2,00·10^5 Pa. Una massa m_2 di H_2 occupa, alla temperatura t_2=27,0 °C, un recipiente di volume V_2=50,0 dm^3, alla pressione di p_2=1,00 atm.

- Calcolare la pressione che eserciterebbe il miscuglio dei due gas posti in un recipiente di volume V=70,0 L alla temperatura di 0 °C.

SOLUZIONE

Per risolvere il problema dobbiamo applicare la legge di Dalton:

la pressione esercitata da una miscela di gas è uguale alla somma delle pressioni parziali che ciascun gas eserciterebbe da solo occupando lo stesso volume della miscela

$$p = p_{O_2} + p_{H_2}$$

Per calcolare le pressioni parziali possiamo applicare l'equazione di stato dei gas perfetti a ciascun gas della miscela, in accordo con la legge di Dalton:

$$p_{O_2}V = n_{O_2}RT \Rightarrow p_{O_2} = \frac{n_{O_2}RT}{V} = \frac{1{,}72 \cdot 0{,}0821 \cdot 273}{70} = 0{,}55\,\text{atm}$$

$$p_{H_2}V = n_{H_2}RT \Rightarrow p_{H_2} = \frac{n_{H_2}RT}{V} = \frac{2{,}03 \cdot 0{,}0821 \cdot 273}{70} = 0{,}65\,\text{atm}$$

dove il numero di moli di ciascun gas li abbiamo calcolati applicando l'equazione di stato dei gas perfetti nelle condizioni (p_1, V_1, T_1) e (p_2, V_2, T_2):

$$n_{O_2} = \frac{p_1V_1}{RT_1} = \frac{2{,}00 \cdot 10^5 \cdot 20{,}0 \cdot 10^{-3}}{8{,}31 \cdot 280} = 1{,}72\,\text{mol}$$

$$n_{H_2} = \frac{p_2V_2}{RT_2} = \frac{1{,}00 \cdot 1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 50{,}0 \cdot 10^{-3}}{8{,}31 \cdot 300} = 2{,}03\,\text{mol}$$

In definitiva, la pressione esercitata dalla miscela dei due gas nelle condizioni (V, T) è:

$$p = 0{,}55 + 0{,}65 = 1{,}2\,\text{atm}$$

Attenzione

- se nell'equazione di stato dei gas perfetti usiamo R = 0,0821 L·atm/mol·K, allora la pressione p dovrà essere espressa in atm (atmosfera), il volume V in L (litri) e la temperatura T in K (kelvin)

- se nell'equazione di stato dei gas perfetti usiamo R = 8,31 J/mol·K, allora la pressione p dovrà essere espressa in Pa (Pascal), il volume V in m^3 (metri cubi) e la temperatura T in K (kelvin)

PROBLEMA

Un recipiente di volume $V=1,0\cdot10^{-2}$ m^3 contiene azoto alla pressione $p_1=0,66$ atm e alla temperatura $t_1=27$ °C. Il recipiente, chiuso, con pareti impermeabili all'azoto ma permeabili all'idrogeno, viene immesso in un ambiente pieno di idrogeno alla pressione $p_2=0,79$ atm e alla temperatura $t_2=10$ °C. Nell'ipotesi che, al termine del processo di diffusione, la temperatura del sistema sia di 10 °C, calcolare:

1. la pressione finale dei due gas nel recipiente
2. la massa dell'idrogeno diffuso nel recipiente

SOLUZIONE

1. Dopo la diffusione dell'idrogeno, in base alla legge di Dalton, la pressione finale totale p_t esercitata dalla miscela dei due gas nel recipiente è uguale alla somma delle pressioni parziali dell'idrogeno p_2 e dell'azoto p'_1:

$$p_t = p_2 + p'_1$$

La pressione p'_1 la calcoliamo tenendo conto che l'azoto, dentro al recipiente, subisce una trasformazione a volume costante (trasformazione isocora):

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p'_1}{T_2} \Rightarrow p'_1 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 0,66 \cdot \frac{283}{300} = 0,62\,\text{atm}$$

In definitiva:

$$p_t = 0,79 + 0,62 = 1,4\,\text{atm}$$

2. Per determinare la massa di idrogeno diffusa nel recipiente, applichiamo l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$p_2V = nRT_2 \Rightarrow p_2V = \frac{m}{M}RT_2 \Rightarrow m = \frac{Mp_2V}{RT_2} = \frac{2 \cdot 0,79 \cdot 1,013 \cdot 10^5 \cdot 1,0 \cdot 10^{-2}}{8,31 \cdot 283} = 0,68\,\text{g}$$

dove:

- ✓ M=2u massa molecolare idrogeno
- ✓ 1 atm=$1,013\cdot10^5$ Pa
- ✓ R=8,31 J/mol·K costante universale dei gas

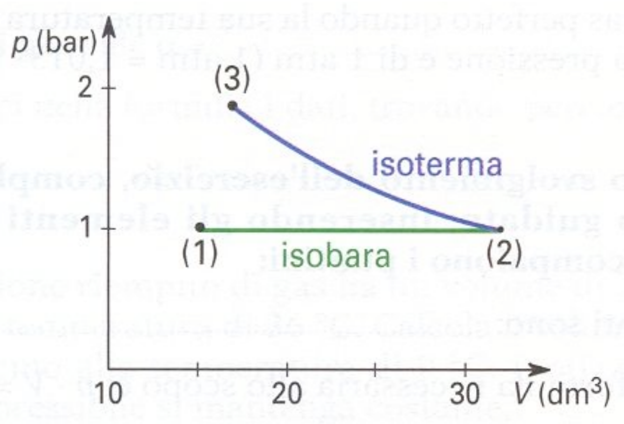
Attenzione:

Se nell'equazione di stato dei gas perfetti usiamo R=8,31 J/mol·K, allora la pressione p dovrà essere espressa in Pa (Pascal), il volume V in m^3 (metri cubi) e la temperatura T in K (kelvin)

PROBLEMA

0,6 moli di un gas perfetto vengono riscaldate isobaricamente a 1 bar (1 bar = 10^5 Pa), subendo così una variazione di volume da 14,96 dm^3 ad un certo volume finale con una variazione di temperatura pari a 350 K. Sapendo che poi il gas viene compresso isotermicamente fino a 17 dm^3, calcolare la pressione finale

SOLUZIONE



Riportiamo innanzitutto su un grafico (p, V) le due trasformazioni a cui il gas è sottoposto.

Il gas passa dallo stato (1) allo stato (2) subendo una trasformazione isobarica, per cui la legge è la seguente:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (1)$$

Dalla legge dei gas perfetti ricaviamo il valore della temperatura T_1 nello stato (1):

$$p_1V_1 = nRT_1 \Rightarrow T_1 = \frac{p_1V_1}{nR} = \frac{10^5 \cdot 14,96 \cdot 10^{-3}}{0,6 \cdot 8,31} = 300\,K$$

per cui, dalla (1) possiamo ricavare il valore del volume nello stato (2):

$$V_2 = V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 14,96 \cdot \frac{650}{300} = 32,41\,dm^3 \qquad \text{dove } T_2 = 300+350=650\text{ K}$$

Il gas passa dallo stato (2) allo stato (3) attraverso una trasformazione isoterma regolata dalla legge:

$$p_2V_2 = p_3V_3$$

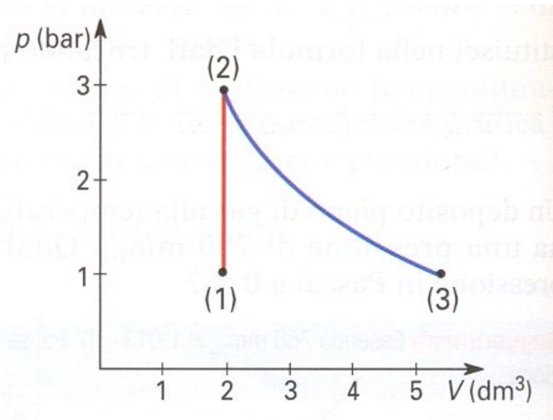
dalla quale possiamo ricavare il valore della pressione finale, come richiesto dal problema, tenendo presente che $p_2=p_1$:

$$p_3 = p_2 \cdot \frac{V_2}{V_3} = 10^5 \cdot \frac{32,41}{17} = 1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

PROBLEMA

0,07 moli di un gas perfetto, alla pressione di 1 bar (1 bar=10^5 Pa) e con un volume di 1,8 dm^3, vengono riscaldate a volume costante in modo tale che la temperatura aumenta di 600 K. A quel punto il gas viene portato isotermicamente di nuovo alla pressione iniziale. Quanto vale al termine della trasformazione isoterma il volume?

SOLUZIONE



Riportiamo innanzitutto su un grafico (p, V) le due trasformazioni a cui il gas è sottoposto.

Il gas passa dallo stato (1) allo stato (2) subendo una trasformazione isocora (V=cost; V_1=V_2=1,8 dm^3), per cui la legge è la seguente:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

Dalla legge dei gas perfetti ricaviamo il valore della temperatura T_1 nello stato (1):

$$p_1V_1 = nRT_1 \Rightarrow T_1 = \frac{p_1V_1}{nR} = \frac{10^5 \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-3}}{0{,}07 \cdot 8{,}31} = 310\,K$$

La temperatura nello stato (2), poiché aumenta di 600 K, sarà T_2=310+600=910 K.

Pertanto, con questi dati, la pressione nello stato (2), in base alla legge della trasformazione isocora, è:

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 10^5 \cdot \frac{910}{310} = 2{,}9 \cdot 10^5 Pa$$

Infine, il gas passa dallo stato (2) allo stato (3) isotermicamente (T=cost) fino alla pressione iniziale (p_3=p_1=1 bar). La legge che regola tale trasformazione è:

$$p_2V_2 = p_3V_3$$

dalla quale siamo in grado di ricavare il volume V_3, come richiesto dal problema:

$$V_3 = V_2 \cdot \frac{p_2}{p_3} = 1{,}8 \cdot \frac{2{,}9 \cdot 10^5}{10^5} = 5{,}3\,dm^3$$